

일반적으로 다음이 성립하고, 이것을 **합의 법칙**이라고 한다.

배웠어요! 중2

동일한 상태에서 반복할 수 있는 실험이나 관찰의 결과를 사건이라고 한다.

합의 법칙

두 사건 A, B 가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A, B 가 일어나는 경우의 수를 각각 m, n 이라고 하면 사건 A 또는 사건 B 가 일어나는 경우의 수는 $m+n$ 이다.

참고 합의 법칙은 어느 두 사건도 동시에 일어나지 않는 세 가지 이상의 사건에서도 성립한다.

문제 1 소희는 부모님께 편지를 쓰려고 한다. 엽서 4종류와 편지지 6종류 중에서 하나를 골라 편지를 쓰는 경우의 수를 구하시오.

예제 1

x, y 가 자연수일 때, $3 \leq x+y \leq 5$ 를 만족시키는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하시오.

주어진 조건을 만족시키는 $x+y$ 의 값에 따라 경우를 나누어 생각한다.

풀이 x, y 가 자연수이므로 $3 \leq x+y \leq 5$ 를 만족시키는 $x+y$ 의 값은 3, 4, 5이다.

(i) $x+y=3$ 인 경우: (1, 2), (2, 1)

(ii) $x+y=4$ 인 경우: (1, 3), (2, 2), (3, 1)

(iii) $x+y=5$ 인 경우: (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

(i), (ii), (iii)의 경우는 동시에 일어나지 않으므로

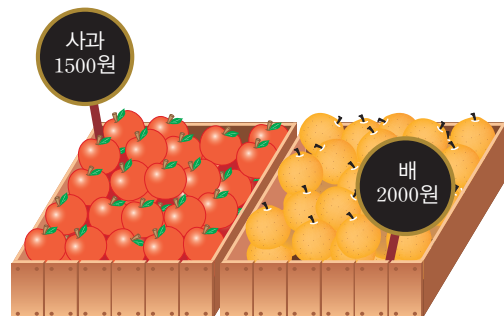
구하는 경우의 수는 합의 법칙에 따라

$$2+3+4=9$$

답 9

문제 2 x, y 가 자연수일 때, $xy \leq 4$ 를 만족시키는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하시오.

문제 3 민혁이는 1개에 1500원인 사과와 1개에 2000원인 배를 8000원 이하의 금액으로 사려고 한다. 사과와 배를 적어도 하나씩 포함해서 과일을 사는 경우의 수를 구하시오.

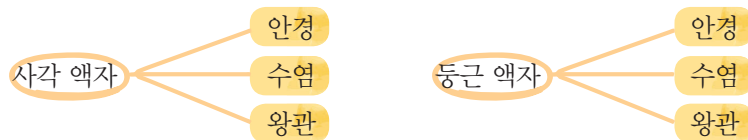


생각 열기

지아는 휴대 전화의 사진 응용 프로그램을 이용하여 사진을 보정하려고 한다. 액자 효과에는 '사각 액자', '둥근 액자'의 두 종류가 있고, 사진 효과에는 '안경', '수염', '왕관'의 세 종류가 있다. 액자 효과와 사진 효과에서 각각 한 가지씩 선택하여 사진을 보정한 결과로 나올 수 있는 사진의 경우의 수를 구해 보자.



위의 **생각 열기**에서 지아가 사진을 보정하는 경우는 다음과 같다.



지아가 고를 수 있는 액자는 2종류이고, 그 각각의 경우에서 사진 효과 3종류를 고를 수 있으므로 모든 경우의 수는

$$2 \times 3 = 6$$

이다.

일반적으로 다음이 성립하고, 이것을 **곱의 법칙**이라고 한다.

곱의 법칙

사건 A 가 일어나는 경우의 수가 m , 그 각각의 경우에서 사건 B 가 일어나는 경우의 수가 n 일 때, 두 사건 A, B 가 잇달아 일어나는 경우의 수는 $m \times n$ 이다.

참고 곱의 법칙은 잇달아 일어나는 세 가지 이상의 사건에서도 성립한다.

문제 4 사과, 바나나, 키위 중에서 한 가지와 양배추, 브로콜리, 당근, 토마토 중에서 한 가지를 섞어서 음료를 만들려고 할 때, 만들 수 있는 음료는 총 몇 가지인지 구하시오.

(단, 각 재료의 양은 고려하지 않는다.)



예제
2

72의 약수의 개수를 구하시오.

- 72를 소인수분해한 후, 곱의 법칙을 이용한다.

풀이 72를 소인수분해하면

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

이므로 72의 약수는 오른쪽 표와 같이 2^3 의 약수와 3^2 의 약수를 각각 곱하여 구할 수 있다.

이때 2^3 의 약수는 4개, 3^2 의 약수는 3개이므로 72의 약수의 개수는 곱의 법칙에 따라

$$4 \times 3 = 12$$

2^3 의 약수 \ 3^2 의 약수	1	3	3^2
1	1×1	1×3	1×3^2
2	2×1	2×3	2×3^2
2^2	$2^2 \times 1$	$2^2 \times 3$	$2^2 \times 3^2$
2^3	$2^3 \times 1$	$2^3 \times 3$	$2^3 \times 3^2$

답 12

문제 5 다음 수의 약수의 개수를 구하시오.

(1) 56

(2) 108

문제 6 다음 식을 전개했을 때, 다항식의 항의 개수를 구하시오.

(1) $(a+b+c)(x+y+z)$

(2) $(a+b)(x+y)(p+q+r)$

생각과 표현

문제 해결

추론

창의·융합

의사소통

목도리 2종류, 장갑 3종류, 양말 3종류 중에서 친구의 생일 선물을 사려고 한다. 생일 선물을 사는 경우의 수를 구하는 문제를 다음 상황에 맞게 만들어 보자.



합의 법칙을 이용하여 구하는 상황

곱의 법칙을 이용하여 구하는 상황

02 순열

학습 목표 · 순열의 의미를 이해하고, 순열의 수를 구할 수 있다.

개념

1

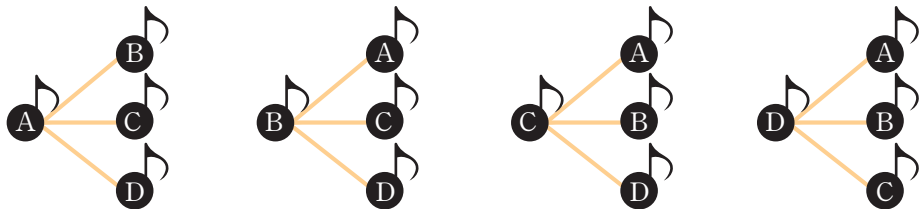
순열이란 무엇일까?

생각 열기

어느 야외 공연에서 관객들의 신청곡을 받아 그중 2곡을 연주하려고 한다. A, B, C, D 4곡의 신청곡이 들어왔다고 할 때, 연주할 2곡을 택하여 연주 순서를 정하는 경우의 수를 구하는 방법을 생각해 보자.



위의 **생각 열기**에서 연주할 2곡을 택하여 연주 순서를 정하는 경우의 수는 4곡 중에서 순서를 고려하여 2곡을 택하여 배열하는 경우의 수와 같으므로 그 경우는 다음과 같다.



첫째로 연주할 수 있는 곡은 A, B, C, D의 4가지이고, 그 각각의 경우에서 둘째로 연주할 수 있는 곡은 처음에 연주한 곡을 제외한 3가지이다.

첫째로 연주할 곡의 수

$$4 \times 3$$

둘째로 연주할 곡의 수

따라서 연주할 2곡을 택하여 연주 순서를 정하는 경우의 수는 곱의 법칙에 따라

$$4 \times 3 = 12$$

이다.

이와 같이 서로 다른 n 개에서 r ($r \leq n$)개를 택하여 일렬로 배열하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 **순열**이라고 하고, 이 순열의 수를 기호로

● ${}_nP_r$ 의 P는 순열을 뜻하는 영어 단어 permutation의 첫 문자이다.

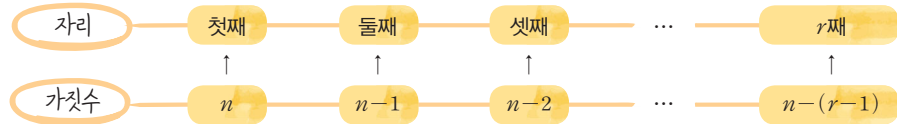
$${}_nP_r$$

와 같이 나타낸다.

순열의 수 ${}_nP_r$ 를 구하는 방법을 알아보자.

서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 순열에서 첫째 자리에 올 수 있는 것은 n 가지이고, 그 각각의 경우에서 둘째 자리에 올 수 있는 것은 이미 첫째 자리에 놓인 것을 제외한 $(n-1)$ 가지이다.

이와 같은 방법으로 계속하면 r 째 자리에 올 수 있는 것은 이미 택한 $(r-1)$ 개를 제외한 $n-(r-1)$, 즉 $(n-r+1)$ 가지이다.



따라서 순열의 수 ${}_nP_r$ ($0 < r \leq n$)는 곱의 법칙에 따라

$${}_nP_r = n(n-1)(n-2) \times \cdots \times (n-r+1)$$

이다.

위의 내용을 정리하면 다음과 같다.

순열의 수 (1)

서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 순열의 수는

$${}_nP_r = \underbrace{n(n-1)(n-2) \times \cdots \times (n-r+1)}_{r \text{ 개}} \quad (\text{단, } 0 < r \leq n)$$

보기 (1) ${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$

(2) ${}_4P_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

문제 1 다음 값을 구하시오.

(1) ${}_6P_4$

(2) ${}_7P_3$

(3) ${}_5P_1$

문제 2 9명의 회원으로 이루어진 독서 동아리에서 회장, 부회장, 총무를 각각 1명씩 뽑는 경우의 수를 구하시오.



계승이란 무엇일까?

서로 다른 n 개에서 n 개 모두를 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수는 다음과 같다.

$${}_nP_n = n(n-1)(n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1$$

이 식의 우변에 있는 1부터 n 까지의 자연수의 곱을 n 의 **계승**이라고 하고, 기호로

$$n!$$

과 같이 나타낸다. 즉,

$${}_nP_n = n(n-1)(n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1 = n!$$

이다.

● $n!$ 은 ' n 의 계승' 또는 ' n factorial'이라고 읽는다.

한편, $0 < r < n$ 일 때 순열의 수 ${}_nP_r$ 는 계승을 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} {}_nP_r &= n(n-1)(n-2) \times \cdots \times (n-r+1) \\ &= \frac{n(n-1)(n-2) \times \cdots \times (n-r+1)(n-r)(n-r-1) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1}{(n-r)(n-r-1) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1} \\ &= \frac{n!}{(n-r)!} \end{aligned}$$

여기서 $r=n$ 일 때, ${}_nP_n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!}$ 이 성립하도록 $0! = 1$ 로 정의한다.

또한, $r=0$ 일 때, ${}_nP_0 = \frac{n!}{(n-0)!}$ 이 성립하도록 ${}_nP_0 = 1$ 로 정의한다.

위의 내용을 정리하면 다음과 같다.

순열의 수 (2)

1. ${}_nP_n = n!$, ${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ (단, $0 \leq r \leq n$)

2. $0! = 1$, ${}_nP_0 = 1$

보기 (1) ${}_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 20$

(2) ${}_3P_3 = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

문제 3 다음 $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

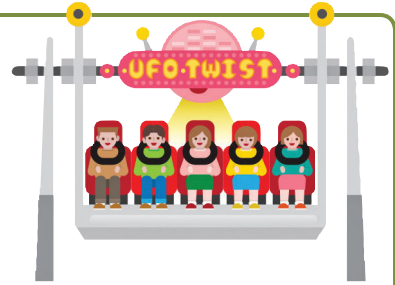
(1) ${}_9P_6 = \frac{9!}{\square!}$

(2) ${}_{11}P_{\square} = \frac{11!}{7!}$

문제 4 어느 미술관에서 서로 다른 회화 작품 5점을 전시하려고 한다. 5점의 회화 작품을 일렬로 배열하는 경우의 수를 구하시오.

예제
1

오른쪽 그림과 같이 5개의 좌석이 일렬로 배열되어 있는 놀이 기구를 민혁, 태준, 윤미, 가인, 지아가 함께 타려고 할 때, 다음 경우의 수를 구하시오.



- (1) 민혁이와 태준이가 이웃하게 앉는 경우
- (2) 윤미와 지아가 양 끝에 앉는 경우

● 민혁이와 태준이를 한 사람으로 생각하여 4명을 일렬로 앉힌 후, 민혁이와 태준이가 서로 자리를 바꾸는 경우를 고려한다.

● 윤미와 지아가 양 끝에 앉고 가운데에 나머지 3명이 앉는 경우의 수를 구한다.

풀이 (1) 민혁이와 태준이를 묶어서 한 사람으로 생각하면 4명이 일렬로 앉는 경우의 수는

$${}_4P_4=4!$$

그 각각의 경우에서 민혁이와 태준이가 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 그 경우의 수는

$$2!$$

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 따라

$$4! \times 2! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1 = 48$$

(2) 윤미와 지아가 양 끝에 앉는 경우의 수는

$$2!$$

그 각각의 경우에서 가운데에 나머지 3명이 일렬로 앉는 경우의 수는

$$3!$$

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 따라

$$2! \times 3! = 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 12$$

답 (1) 48 (2) 12

문제 5 남학생 3명, 여학생 2명이 일렬로 서서 사진을 찍으려고 할 때, 다음 경우의 수를 구하시오.

- (1) 남학생 3명이 이웃하게 서는 경우
- (2) 여학생 2명이 서로 이웃하지 않게 서는 경우

문제 6 10명의 축구 선수 중에서 5명의 선수가 승부차기에 나간다고 한다. 선수 10명 중에서 가장 경험이 많은 선수 A가 첫째 또는 다섯째 순서에 공을 차도록 순서를 정하는 경우의 수를 구하시오.



예제 2

$1 \leq r \leq n$ 일 때, 등식 ${}_nP_r = n \times {}_{n-1}P_{r-1}$ 이 성립함을 보이시오.

● ${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ 이고,
 $n \times (n-1)! = n!$ 임을 이용한다.

풀이 $n \times {}_{n-1}P_{r-1} = n \times \frac{(n-1)!}{\{(n-1)-(r-1)\}!}$
 $= \frac{n!}{(n-r)!}$
 $= {}nP_r$

따라서 ${}_nP_r = n \times {}_{n-1}P_{r-1}$ 이 성립한다.

다른 풀이 ${}_nP_r$ 는 서로 다른 n 개에서 첫째 자리에 배열할 1개를 택한 후, 나머지 $(n-1)$ 개 중에서 $(r-1)$ 개를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수와 같다.

따라서 곱의 법칙에 따라

$${}_nP_r = n \times {}_{n-1}P_{r-1}$$

문제 7 $1 \leq r < n$ 일 때, 등식 ${}_nP_r = {}_{n-1}P_r + r \times {}_{n-1}P_{r-1}$ 이 성립함을 보이시오.

생각과 표현

문제 해결

추론

창의·융합

의사소통

교과서 2권을 포함하여 서로 다른 책 5권을 책꽂이에 꽂을 때, 책꽂이의 적어도 한쪽 끝에는 교과서를 꽂는 경우의 수를 구하려고 한다. 다음 두 사람과 같이 다양한 방법으로 경우의 수를 구해 보고, 자신의 방법을 친구들에게 설명해 보자.



03

조합

학습 목표 · 조합의 의미를 이해하고, 조합의 수를 구할 수 있다.

개념

1

조합이란 무엇일까?

생각 열기

찬열이는 동생과 함께 잡곡밥을 지어 먹으려고 한다. 검은콩, 녹두, 조, 팥 4종류의 잡곡 중에서 2종류를 고르는 경우의 수를 구하는 방법을 생각해 보자.



위의 **생각 열기**에서 잡곡밥을 지을 잡곡 2종류를 고르는 경우의 수는 잡곡 4종류 중에서 순서를 생각하지 않고 2종류를 택하는 경우의 수와 같다.

검은콩, 녹두, 조, 팥 4종류의 잡곡 중에서 순서를 생각하지 않고 2종류를 택하는 경우는 다음 6가지이다.



이와 같이 서로 다른 n 개에서 순서를 생각하지 않고 r ($r \leq n$)개를 택하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 **조합**이라고 하고, 이 조합의 수를 기호로

● ${}_nC_r$ 의 C는 조합을 뜻하는 영어 단어 combination의 첫 문자이다.

${}_nC_r$

와 같이 나타낸다.

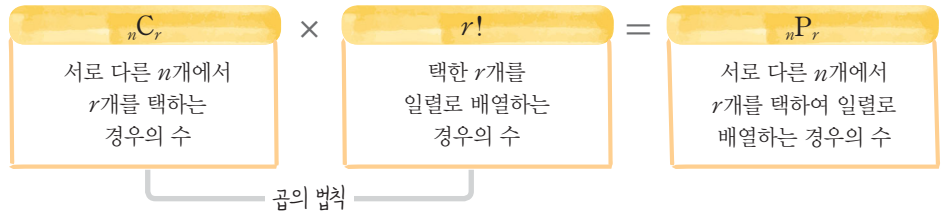
조합의 수 ${}_nC_r$ 를 구하는 방법을 알아보자.

서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 조합의 수는 ${}_nC_r$ 이고, 그 각각의 조합의 경우에서 r 개를 일렬로 배열하는 순열의 수는 $r!$ 이다. 따라서 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수는 ${}_nC_r \times r!$ 이다.

그런데 이 값은 ${}_nP_r$ 와 같으므로

$${}_nC_r \times r! = {}nP_r$$

이다.



따라서 조합의 수 ${}_nC_r$ ($0 \leq r \leq n$)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}nC_r &= \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n(n-1)(n-2) \times \cdots \times (n-r+1)}{r!} \\ &= \frac{n!}{r!(n-r)!} \end{aligned}$$

여기서 $r=0$ 일 때, ${}_nC_0 = \frac{n!}{0!(n-0)!}$ 이 성립하도록 ${}_nC_0=1$ 로 정의한다.

위의 내용을 정리하면 다음과 같다.

조합의 수

서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 조합의 수는

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

보기 (1) ${}_6C_2 = \frac{{}_6P_2}{2!} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$

(2) ${}_7C_3 = \frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$

문제 1 다음 값을 구하시오.

(1) ${}_{10}C_4$

(2) ${}_8C_8$

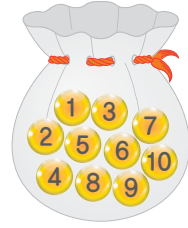
(3) ${}_6C_0$

문제 2 학생 자치회에서 ‘학교 시설을 소중히 사용하자.’를 주제로 하는 홍보 활동을 실시하려고 한다. 9명의 회원 중에서 이 활동을 담당할 2명을 뽑는 경우의 수를 구하시오.



예제
1

1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10개의 공이 들어 있는 주머니에서 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 다음 경우의 수를 구하시오.



- (1) 1이 적힌 공을 포함하여 꺼내는 경우
- (2) 소수가 적힌 공 2개, 소수가 아닌 수가 적힌 공 2개를 꺼내는 경우

풀이 (1) 구하는 경우의 수는 1이 적힌 공을 제외한 나머지 9개의 공 중에서 3개의 공을 꺼내는 경우의 수와 같으므로

$${}_9C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

- (2) 소수는 2, 3, 5, 7의 4개, 소수가 아닌 수는 1, 4, 6, 8, 9, 10의 6개가 있으므로
 소수가 적힌 공 4개 중에서 2개를 꺼내는 경우의 수는 ${}_4C_2$
 소수가 아닌 수가 적힌 공 6개 중에서 2개를 꺼내는 경우의 수는 ${}_6C_2$
 따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 따라

$${}_4C_2 \times {}_6C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 90$$

답 (1) 84 (2) 90

● 소수가 적힌 공과 소수가 아닌 수가 적힌 공을 꺼내는 경우의 수를 각각 구한 후, 곱의 법칙을 따른다.

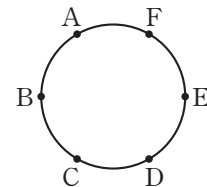
문제 3 찬열이는 오른쪽 메뉴에 있는 5종류의 피자과 8종류의 파스타 중에서 서로 다른 4종류를 주문하여 가족과 함께 먹으려고 한다. 다음 경우의 수를 구하시오.



- (1) 불고기 피자과 치즈 피자를 제외하고 주문하는 경우
- (2) 피자 1종류, 파스타 3종류를 주문하는 경우

예제
2

오른쪽 그림과 같이 원 위에 6개의 점 A, B, C, D, E, F가 있다. 다음을 구하시오.



- (1) 두 점을 연결하여 만들 수 있는 선분의 개수
- (2) 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수

풀이 (1) 구하는 선분의 개수는 6개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수와 같으므로

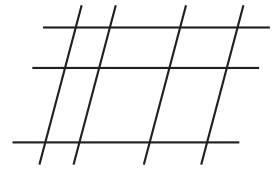
$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

- (2) 구하는 삼각형의 개수는 6개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수와 같으므로

$${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

답 (1) 15 (2) 20

- 문제 4 오른쪽 그림과 같이 서로 평행한 3개의 직선과 서로 평행한 4개의 직선이 있을 때, 이 직선들로 만들 수 있는 평행사변형의 개수를 구하시오.



예제
3

$0 \leq r \leq n$ 일 때, 등식 ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ 가 성립함을 보이시오.

풀이 ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ 에서 r 에 $n-r$ 를 대입하면

$${}_nC_{n-r} = \frac{n!}{(n-r)!\{n-(n-r)\}!} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

따라서 ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ 가 성립한다.

다른 풀이 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 경우의 수 ${}_nC_r$ 는 서로 다른 n 개에서 남아 있는 $(n-r)$ 개를 택하는 경우의 수 ${}_nC_{n-r}$ 와 같다.

- 문제 5 $1 \leq r < n$ 일 때, 등식 ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$ 가 성립함을 보이시오.

생각과 표현

벽화 그리기 봉사 활동을 하기 위해 6명의 학생들을 3개의 조로 나누려고 한다. 물음에 답하여 보자.

- 1명, 2명, 3명으로 나누는 경우의 수를 구해 보자.
- 2명, 2명, 2명으로 나누는 경우의 수를 구해 보자.

실마리 각 조의 인원이 같은 경우와 같지 않은 경우의 차이를 생각해 본다.

문제 해결

추론

창의·융합

의사소통



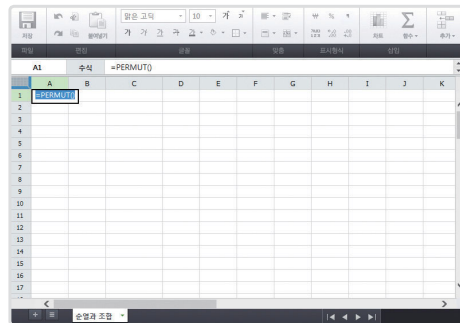
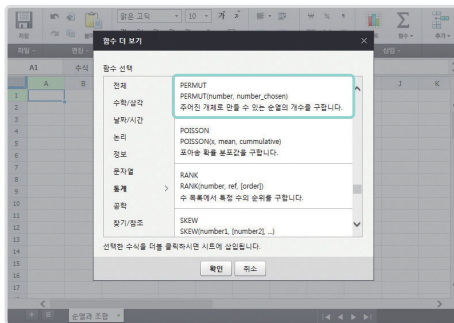
순열의 수와 조합의 수 구하기

하 중 상
난이도

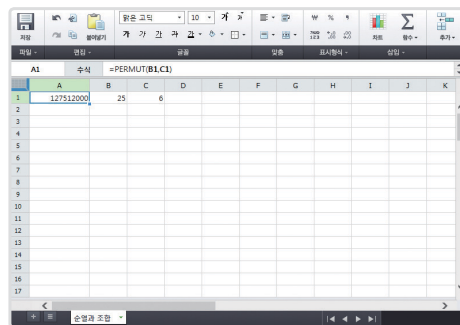
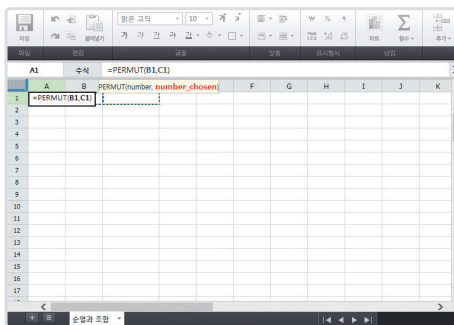
순열의 수 ${}_nP_r$ 와 조합의 수 ${}_nC_r$ 에서 n 이 큰 수이면 그 값이 매우 커져 계산하기 어려워진다. 이때 컴퓨터 프로그램을 사용하면 그 값을 쉽게 구할 수 있다.

활동 컴퓨터 프로그램을 사용하여 ${}_{25}P_6$ 의 값을 구해 보자.

- 1 메뉴에서 ‘ Σ 함수’-‘함수 더 보기’를 선택하고, 함수 선택에서 ‘통계’-‘PERMUT’를 선택한다.
- 2 화면에 ‘=PERMUT()’가 나타난다.



- 3 ‘=PERMUT(B1, C1)’을 입력한다.
- 4 B1셀에 25, C1셀에 6을 입력하면 ${}_{25}P_6$ 의 값인 127512000이 나타난다.



이때 B1셀에 입력한 n , C1셀에 입력한 r 의 값을 변화시키면 다양한 ${}_nP_r$ 의 값을 구할 수 있다.

탐구 컴퓨터 프로그램에서 함수 ‘=COMBIN()’을 사용하여 ${}_{25}C_6$ 의 값을 구해 보자.

① 합의 법칙과 곱의 법칙

(1) 합의 법칙

두 사건 A, B 가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A, B 가 일어나는 경우의 수를 각각 m, n 이라고 하면 사건 A 또는 사건 B 가 일어나는 경우의 수는 $m+n$ 이다.

(2) 곱의 법칙

사건 A 가 일어나는 경우의 수가 m , 그 각각의 경우에서 사건 B 가 일어나는 경우의 수가 n 일 때, 두 사건 A, B 가 잇달아 일어나는 경우의 수는 $m \times n$ 이다.

② 순열

(1) 순열: 서로 다른 n 개에서 r ($r \leq n$)개를 택하여 순서대로 배열하는 것

(2) 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 순열의 수는

$${}_nP_r = n(n-1)(n-2) \times \cdots \times (n-r+1) \quad (\text{단, } 0 < r \leq n)$$

(3) 계승: 1부터 n 까지의 자연수의 곱

$$n! = {}_nP_n = n(n-1)(n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1$$

$$(4) {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

$$(5) 0! = 1, {}_nP_0 = 1$$

③ 조합

(1) 조합: 서로 다른 n 개에서 순서를 생각하지 않고 r ($r \leq n$)개를 택하는 것

(2) 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 조합의 수는

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

$$(3) {}_nC_0 = 1$$

바탕 다지기

01 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 차가 1 이하가 되는 경우의 수를 구하시오.

02 소설책 5권과 수필집 3권이 있을 때, 다음 경우의 수를 구하시오.

- (1) 소설책 또는 수필집에서 1권을 선택하는 경우
- (2) 소설책에서 1권, 수필집에서 1권을 선택하는 경우

03 다음 등식을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

- (1) ${}_nP_2 = 72$ (2) ${}_6P_n = 120$
- (3) ${}_nC_2 = 55$ (4) ${}_nC_3 = 2 \times {}_nP_2$

기본 익히기

04 6개의 수 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 서로 다른 네 개의 수를 배열하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 다음을 구하시오.

- (1) 자연수의 개수
- (2) 홀수의 개수

- 05** 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명으로 구성된 동아리 회원들이 일렬로 서서 동아리 홍보를 하려고 한다. 이때 같은 학년 학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수를 구하시오.

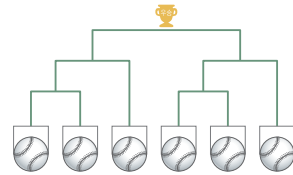
- 06** 농구 대회에 참가한 9개의 팀이 각각 다른 모든 팀과 서로 한 번씩 경기를 하는 리그전을 벌인다고 할 때, 이 대회의 전체 경기 수를 구하시오.

- 07** 소희는 국악 4곡과 대중가요 5곡 중에서 서로 다른 4곡을 선택하여 휴대 전화에 저장하려고 한다. 다음 경우의 수를 구하시오.

- (1) 국악 2곡, 대중가요 2곡을 선택하는 경우
(2) 국악이 적어도 한 곡 포함되는 경우

실력 키우기

- 08** 6개의 야구 팀이 승자 진출전 방식으로 경기를 하려고 할 때, 다음과 같이 대진표를 작성하는 경우의 수를 구하시오.

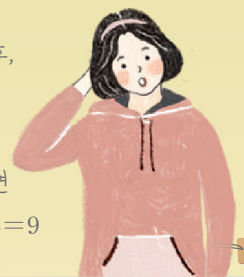


생각 톡!톡!

- 09** 3명의 여학생과 2명의 남학생으로 이루어진 댄스 동아리가 있다. 학교 행사에서 공연할 대표로 학생 3명을 뽑을 때, 여학생을 적어도 2명 뽑는 경우의 수를 구하려고 한다. 물음에 답하여 보자.

- (1) 가인이는 위의 문제를 다음과 같이 풀었다. 가인이의 풀이에서 잘못된 점을 찾고, 바르게 구해 보자.

여학생 2명을 뽑은 후,
남은 학생들 중에서
1명을 추가로
더 뽑는다고 생각하면
 ${}_3C_2 \times {}_3C_1 = 3 \times 3 = 9$



- (2) 대표를 뽑는 조건을 바꾸어 문제를 만들고, 친구들과 함께 풀어 보자.



가장 가까운 수를 만들자! 창의 융합

모둠 학생들과 함께 다음과 같은 게임을 해 보자.

게임규칙

- 1 주사위 두 개를 던져 나온 눈의 수로 두 자리의 자연수를 만든다.
- 2 1, 2, 3, 4, 5를 모두 한 번씩 사용하여 ①에서 만든 수에 가까운 수를 각자 만들어 본다.
이때 연산 기호, 순열 기호, 조합 기호 등을 사용한다.
- 3 ①에서 만든 수에 가장 가까운 수를 만든 사람이 이긴다.
- 4 만든 수가 서로 같은 경우에는 순열 기호와 조합 기호를 더 많이 사용한 사람이 이기는 것으로 한다.



5의 눈과 4의 눈이
나왔으니 54에 가까운
수를 만들어 보자.

지아

$$4! + 5 \times 3 \times 2 + 1 = 55$$

민혁

난 정확히 54를 만들었어.
 $4^2 \times 3 + 5 + 1 = 54$

찬열

$$\text{나도 54를 만들었어.} \\ ({}_5P_3 - {}_4C_2) \div 1 = 54$$

시은

태준

시은이가 순열 기호와 조합 기호를 모두 사용
하여 만들었으니 시은이가 이겼어!

모둠 활동에서 모둠원들의 활동 모습을 생각해 보면서 다음을 써 보자.

나는 이 게임을 와 했다. 수를 가장 잘 만든 친구는 이었는데 내가 미처
생각하지 못한 기발한 방법으로 수를 만들었다.

이 게임을 하면서 가장 재미있었던 점은
이었고, 가장 어려웠던 점은 이었다.



01 서로 다른 3개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 세 눈의 수의 합이 5가 되는 경우의 수는?

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

02 135의 약수의 개수는?

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

03 지아네 반은 체육 대회에서 사용할 단체 티셔츠, 모자, 응원 소품을 구입하려고 한다. 단체 티셔츠 3종류, 모자 2종류, 응원 소품 6종류 중에서 각각 한 종류씩을 선택하는 경우의 수는?

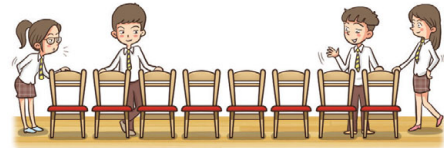
- ① 6 ② 11 ③ 18
④ 36 ⑤ 48

04 0부터 9까지의 정수가 각각 하나씩 적힌 10장의 카드 중에서 2장의 카드를 사용하여 두 자리의 자연수를 만들 때, 십의 자리의 수와 일의 자리의 수의 합이 짝수가 되는 자연수의 개수를 구하시오.

05 다섯 개의 문자 a, b, c, d, e 를 모두 한 번씩 사용하여 만든 문자열을 사전식으로 배열할 때, 다음 중 50째에 오는 문자열은?

- ① $bedca$ ② $cabde$ ③ $cabed$
④ $cadbe$ ⑤ $cadeb$

06 다음 그림과 같이 8개의 의자가 일렬로 놓여 있다. 이 의자에 A, B, C, D 네 명의 학생이 앉을 때, 각 학생 사이에 빈 의자가 1개 이상 있도록 하는 경우의 수를 구하시오.



07 6개의 문자 P, E, N, C, I, L을 일렬로 배열할 때, 다음 경우의 수를 구하시오.

- (1) E, I가 양 끝에 오도록 6개의 문자를 일렬로 배열하는 경우
(2) P, E, N이 어느 두 개도 서로 이웃하지 않도록 6개의 문자를 일렬로 배열하는 경우



- 08 남자 선수 5명과 여자 선수 4명으로 이루어진 배드민턴 팀에서 남자 선수 2명과 여자 선수 2명을 뽑는 경우의 수는?

① 6 ② 10 ③ 16
④ 48 ⑤ 60

- 09 어떤 모임에 참석한 모든 사람들이 서로 한 번씩 악수를 했더니, 악수한 총횟수가 45이었다. 이 모임에 참석한 사람은 모두 몇 명인지 구하시오.

- 10 윤미는 역사 유적지 5곳과 자연 경관지 4곳 중에서 3곳을 골라 여행을 가려고 한다. 역사 유적지와 자연 경관지가 적어도 한 곳씩 포함되도록 고르는 경우의 수를 구하시오.



- 11 남학생 4명, 여학생 10명이 7명씩 두 개의 조로 나누어 게임을 진행하려고 한다. 이때 남학생 4명이 모두 같은 조에 속하는 경우의 수는?

① 45 ② 90 ③ 120
④ 240 ⑤ 840

- 12 어느 문구점에서 A 회사의 공책 4종류, B 회사의 공책 2종류, C 회사의 공책 3종류를 판매하고 있다. 이 중에서 2종류의 공책을 사려고 할 때, 다음 경우의 수를 구하시오.

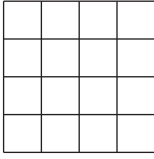
- (1) 같은 회사의 공책을 사는 경우
(2) 서로 다른 회사의 공책을 사는 경우

- 13 백의 자리의 수를 a , 십의 자리의 수를 b , 일의 자리의 수를 c 라고 할 때, $0 < a < b < c < 10$ 을 만족시키는 세 자리의 자연수의 개수는?

① 84 ② 120 ③ 252
④ 360 ⑤ 504

서술형

- 14** 오른쪽 그림은 큰 정사각형을 작은 정사각형 16개로 등분한 것이다. 이 그림에 있는 선분만을 이용하여 만들 수 있는 정사각형이 아닌 직사각형의 개수를 구하시오. (풀이 과정을 자세히 쓰시오.)

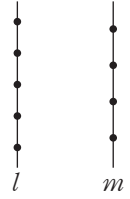


서술형

- 15** 민혁이와 찬열이를 포함한 5명이 3인용 소파와 2인용 소파에 나누어 앉으려고 한다. 이때 민혁이와 찬열이가 같은 소파에 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오. (풀이 과정을 자세히 쓰시오.)

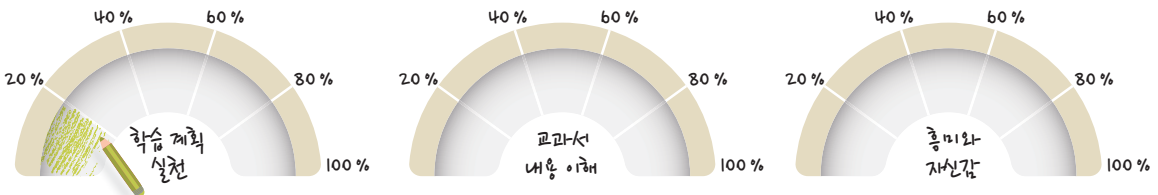
문제 해결

- 16** 오른쪽 그림과 같이 평행한 두 직선 l, m 위에 각각 5개, 4개의 점이 있다. 이 중에서 임의로 3개의 점을 택하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하시오.



- (1) 구하려고 하는 것은 무엇인가?
- (2) 삼각형을 만들기 위해서는 두 직선 l, m 에서 각각 점을 몇 개씩 택해야 하는지 말하시오.
- (3) (2)의 결과를 이용하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하시오.
- (4) 구한 답이 문제의 뜻에 맞는지 확인하시오.

○ 이 단원에서 나의 학습을 되돌아보며 스스로 평가해 보세요.



나의 모습

• 내용 이해

- * 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.
- * 순열과 조합의 의미를 이해하고, 순열의 수와 조합의 수를 구할 수 있다.

• 태도 및 실천

- * 다양한 상황에서 순열과 조합이 합리적인 의사결정의 중요한 도구가 된다는 사실이 흥미로웠다.
- * 고등학교 수학의 마지막 단원까지 포기하지 않고 끈기 있게 공부하여 뿌듯하다.

만족 보통 부족

☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐

○ 이 단원을 복습하며 흥미로웠던 내용과 내가 더 공부해야 할 내용을 써 보세요.

연결망 이론이 빙상하고 있다!



연결망은 무엇인가요?

현대인들은 누리소통망(SNS)을 통하여 인간 관계를 형성하고 유지하며 정보를 얻고 의견을 공유합니다. 누리소통망은 현대 사회의 문화 및 여론 형성에 강력한 영향을 끼치고 있지요.

누리소통망 속의 인간 관계는 사람을 점으로 관계를 선으로 하여 표현할 수 있는데, 이렇게 점과 선으로 관계를 표현한 것이 연결망입니다.

연결망은 개인 사이의 관계뿐만 아니라 그룹, 기관, 국가 사이의 관계를 나타낼 수도 있고, 분자, 신경세포, 바이러스의 관계를 나타낼 수도 있습니다. 또한, 국내 또는 전세계 도시 사이의 항공 노선을 표현할 수도 있습니다.



연결망 이론(네트워크 이론)은 무엇인가요?

연결망 이론(네트워크 이론)은 점과 점 사이의 경로를 다루는 수학의 그래프 이론에서 시작된 것으로, 행위자와 관계에 특정한 의미를 부여하여 여러 맥락과 관점에서 연결망을 관찰하고 분석하며 변화를 예측하는 이론입니다.



어떻게 활용되나요?

연결망 이론은 수학뿐만 아니라 물리학, 생물학, 컴퓨터, 전자 공학, 경제학, 사회학, 정치학 등 다양한 학문 분야에서 관계와 현상을 설명하는 도구로 활용됩니다. 정보 통신 기술이 발전하면서 현대 사회는 보다 복잡한 연결망으로 연결되고 있고, 이에 따라 연결망 이론의 활용도는 점점 더 높아지고 있습니다.



출처

• 박성우, 신동희, 「ANT(행위자 - 네트워크 이론)을 통한 사회문화 현상에 대한 새로운 담론 분석」
• 최병두, 「행위자 - 네트워크 이론과 위상학적 공간 개념」